

热点训练 5 能量与动量 A

1. **解析:** (1)由机械能守恒可得 $\frac{1}{2}Mv_0^2 = Mgh_0 + \frac{1}{2}Mv_1^2$

解得火箭到达 h_0 高度时的速度大小为 $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_0}$.

(2)由动量守恒可得 $Mv_1 = (M-m)v_2 + m(v_2 - u)$

解得燃气全部喷出后火箭的速度大小为 $v_2 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_0} + \frac{m}{M}u$.

(3)设火箭上升的最大高度为 H , 根据机械能守恒可得 $\frac{1}{2}(M-m)v_2^2$

$+ (M-m)gh_0 = (M-m)gH$

解得 $H = h_0 + \frac{1}{2g} \left[\sqrt{v_0^2 - 2gh_0} + \frac{m}{M}u \right]^2$.

答案: (1) $\sqrt{v_0^2 - 2gh_0}$ (2) $\sqrt{v_0^2 - 2gh_0} + \frac{m}{M}u$

(3) $h_0 + \frac{1}{2g} \left[\sqrt{v_0^2 - 2gh_0} + \frac{m}{M}u \right]^2$

2. **解析:** (1)物块 A 离开桌面后做平抛运动, 则水平方向上有

$$x_A = v_A t$$

竖直方向上有 $h = \frac{1}{2}gt^2$

代入数据解得脱离弹簧时 A 的速度大小为 $v_A = 1 \text{ m/s}$

A、B 与弹簧相互作用的过程中, A、B 所受水平桌面的摩擦力等大反向, 所受弹簧弹力也等大反向, 又 A、B 在竖直方向上所受合力均为零, 故 A、B 组成的系统所受合外力为零, 动量守恒, 则有

$$m_A v_A = m_B v_B$$

解得脱离弹簧时 B 的速度大小为 $v_B = 1 \text{ m/s}$.

(2)对 B 离开弹簧后的运动过程, 根据动能定理有

$$-\mu m_B g x_B = 0 - \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

代入数据解得物块与桌面间的动摩擦因数为 $\mu = 0.2$.

(3)弹簧的弹性势能转化为 A、B 物块的动能及这个过程中克服摩擦力所做的功, 即 $\Delta E_p = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 + \mu m_A g \Delta x_A + \mu m_B g \Delta x_B$

其中 $m_A = m_B$, $\Delta x = \Delta x_A + \Delta x_B$

解得整个过程中, 弹簧释放的弹性势能 $\Delta E_p = 0.12 J$.

答案: (1) $1 m/s$ $1 m/s$ (2) 0.2 (3) $0.12 J$

3. **解析:** (1)物块从左端滑上圆弧劈体到第一次滑至圆弧部分最低点, 选择水平向右为正方向, 由动量守恒定律有 $mv_0 - Mv_1 = mv_2 + Mv_3$

由能量守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}Mv_3^2 + \mu mgL$

联立, 解得 $v_2 = 4\sqrt{2} m/s$, $v_3 = -2\sqrt{2} m/s$

或者 $v_2 = -4\sqrt{2} m/s$, $v_3 = 2\sqrt{2} m/s$ (舍去)

故物块第一次滑到圆弧部分最低点时速度大小为 $4\sqrt{2} m/s$, 方向水平向右.

(2)物块恰好滑到劈体圆心等高处时, 速度相同, 设为 $v_{共}$, 对物块从第一次滑到圆弧部分最低点到滑到劈体圆心等高处过程, 由水平方向动量守恒定律有 $mv_2 + Mv_3 = (m + M)v_{共}$

解得 $v_{共} = 0$

由机械能守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}Mv_3^2 = mgR$

解得 $R = 2.4 m$.

(3)物块从劈体圆心等高处到第二次滑到圆弧部分最低点过程中以水平向左为正方向, 由水平方向动量守恒定律有 $0 = mv_4 + Mv_5$

由机械能守恒定律有 $mgR = \frac{1}{2}mv_4^2 + \frac{1}{2}Mv_5^2$

联立, 解得 $v_4 = -4\sqrt{2} m/s$, $v_5 = 2\sqrt{2} m/s$

或者 $v_4 = 4\sqrt{2} m/s$, $v_5 = -2\sqrt{2} m/s$ (舍去)

设物块在圆弧最低点相对圆弧劈体的速度 $v_{相对}$, 则 $v_{相对} = v_4 - v_5 = -6\sqrt{2} m/s$

当物块第二次在圆弧部分最低点时, 由牛顿第二定律有 $F_{N1} - mg$

$$= m \frac{v_{\text{相对}}^2}{R}$$

解得 $F_{N1} = 40m$

对圆弧劈体在竖直方向上有 $F_{N2} = F'_{N1} + Mg$

又 $F'_{N1} = F_{N1}$

解得 $F_{N2} = 60m$

由牛顿第三定律可知,物块第二次滑到圆弧部分最低点时圆弧劈体对地面的压力大小为 $F'_{N2} = F_{N2} = 60m$, 方向竖直向下.

答案: (1) $4\sqrt{2} \text{ m/s}$, 方向水平向右 (2) 2.4 m (3) $60m$, 方向竖直向下